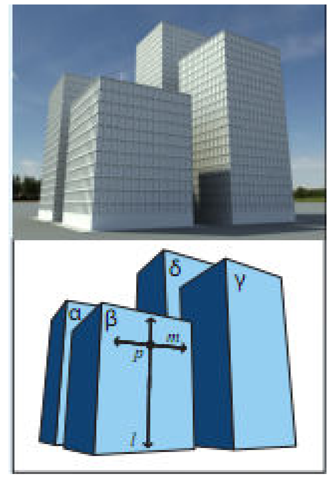
CAPITULO I: Relaciones Entre Conceptos Geométricos

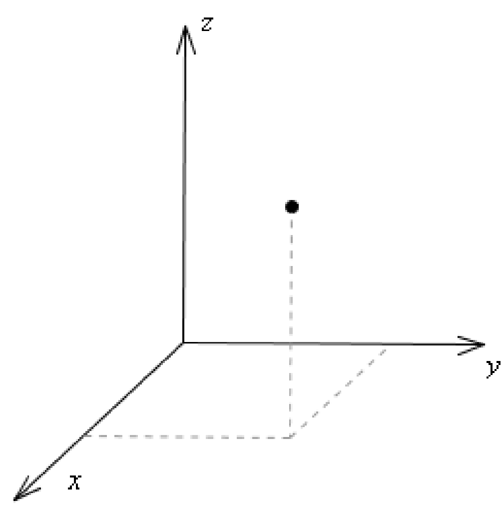
Ejercicio Introductorio:



En la fotografía se muestran edificios de una ciudad, mientras que en la figura de abajo una representación geométrica de estos, donde a cada edificio le pusimos una letra griega.

1. ¿Cuáles conceptos geométricos se pueden apreciar en toda la figura?
2. ¿Las paredes externas del edificio β se cruzan? ¿Qué concepto geométrico forman? ¿Qué tipo de ángulo forman?
3. Llamamos a una recta horizontal m y a una vertical l, ¿qué concepto geométrico comparten m y l? ¿Qué tipo de ángulo forman las líneas m y l?
4. Si extendiéramos infinitamente en todas las direcciones el techo del edificio γ y la pared frontal del edificio β, ¿se cruzarían?
5. ¿Si hiciéramos lo mismo con los techos de todos los edificios, se cruzarían?

Existen muchos ejemplos de la vida cotidiana que se pueden representar mediante los conceptos geométricos que describiremos en este capítulo. Algunos de ellos son los **puntos** y las **rectas.**



En los ejemplos de la introducción podemos ver cómo estos conceptos nos rodean constantemente.

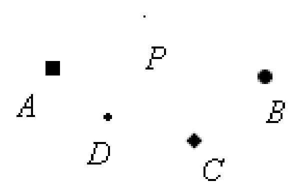
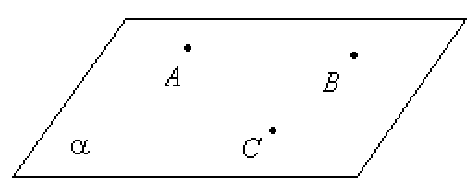
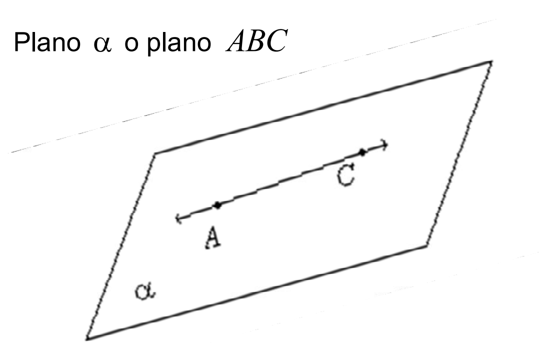
Otro ejemplo es un mapa, ya que se puede representar con un plano, en el cual cada ciudad es representada por un punto.

Además, también representamos el espacio como un conjunto de puntos, en el cual cada uno tiene tres coordenadas (largo, ancho y alto) que corresponden a las tres dimensiones.

Cada pareja de dimensiones forma un **plano**.

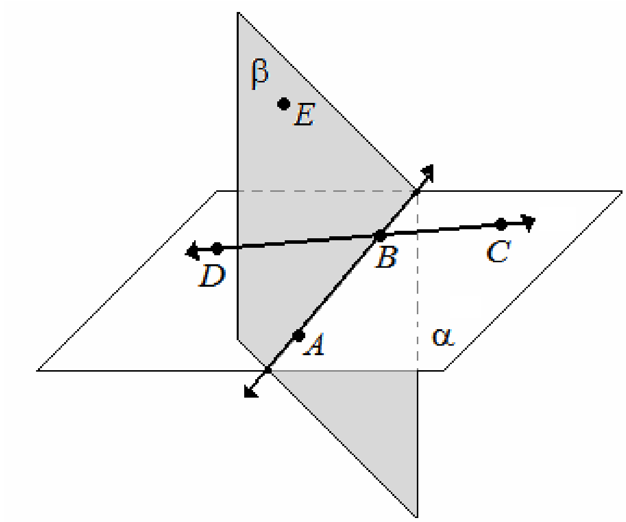
A. Conceptos geométricos primitivos

En la siguiente tabla veremos algunas de las características de los tres conceptos geométricos primitivos.

	CARACTERÍSTICAS	EJEMPLO	NOTACIÓN
Punto	• Unidad geométrica elemental. • No tiene tamaño ni forma. • Cualquier figura geométrica está compuesta por puntos.		Se denota con cualquier letra mayúscula de nuestro alfabeto.
Recta (Línea)	• Conjunto de puntos que están en una misma dirección. • Es infinita a ambos lados. **"Por dos puntos pasa una y sólo una recta"** Esta afirmación es equivalente a decir que dos puntos definen una única recta.	 Recta $\overleftrightarrow{AB}$ o recta l	Se puede denotar describiendo dos puntos por los que pasa. También se puede denotar por letras minúsculas de nuestro alfabeto.
Plano	• Superficie sin grosor • Es infinito en todas direcciones **"Por tres puntos no alineados pasa uno y sólo un plano"** Esta afirmación significa que tres puntos no alineados definen un único plano. "Si una recta tiene al menos dos puntos comunes con un plano, entonces toda la recta está contenida en el plano"	 Plano α o plano ABC 	Se representa por un cuadrilátero, y se denota describiendo tres puntos (no alineados) por los que pasa. También se puede denotar utilizando letras minúsculas del alfabeto griego.

Ejercicio A.

I PARTE: En la siguiente figura hemos representado el plano α, el plano β y algunos puntos. Conteste las preguntas utilizando únicamente los puntos señalados. (Las preguntas que tienen respuesta única están señaladas con *).



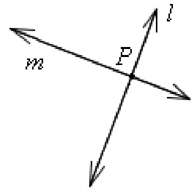
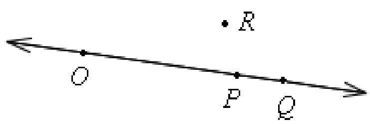
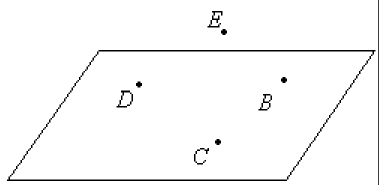
1. * ¿Cuál recta pertenece a α y a β?
2. ¿De qué otra manera se puede denotar el plano α?
3. * ¿De qué otra manera se puede denotar el plano β?
4. * Un punto que no pertenece a α es:
5. * Dos puntos que no pertenecen a β son:
6. Una recta contenida en β que no está contenida en α es:
7. Una recta contenida en α que no está contenida en β es:
8. * ¿De qué otras dos maneras se puede denotar la recta $\overleftrightarrow{BC}$?
9. Una recta que no está contenida ni en α ni en β es:
10. * Una recta divide a un plano en tres subconjuntos: La recta en sí y dos **semiplanos**. En la figura describa estos tres subconjuntos con respecto a la división que hace la recta $\overleftrightarrow{AB}$ del plano α.
11. Describa los semiplanos en los que divide $\overleftrightarrow{CD}$ al plano α
12. Describa los semiplanos en los que divide $\overleftrightarrow{AB}$ al plano β.

II PARTE: (¡Para investigar, pensar y discutir!)

Conteste las siguientes preguntas.

1. La geometría fue muy estudiada por los grandes pensadores de la antigua Grecia. Investiga quién fue Euclides y cuál fue su aporte a la matemática.
2. Busque las definiciones de las siguientes palabras: **demostración, postulado** y **teorema.**
3. Busque el alfabeto griego en mayúsculas y minúsculas. Además, agregue la traducción de cada letra.
4. La geometría es objeto de estudio desde hace muchísimo tiempo y sigue siendo parte de los programas de estudio en secundaria de cualquier lugar del mundo. Investigue tres razones.
5. En el aula donde está, busque elementos que puedan ser representados por planos, rectas y puntos.

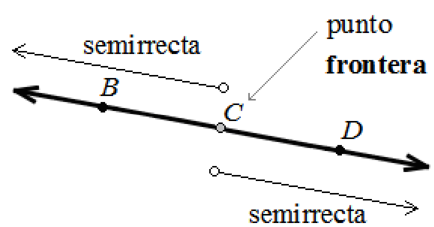
B. Conceptos geométricos elementales

CONCEPTO	DEFINICIÓN	EJEMPLO	OBSERVACIONES
Intersección	La intersección de dos (o más) figuras geométricas es el conjunto de puntos que pertenecen a ambos.		En la figura, $l \cap m = \{P\}$. Cuando las figuras no se intersecan, decimos que su intersección es el conjunto vacío y se denota ϕ.
Puntos colineales	Tres o más puntos tales que una recta pasa por todos a la vez.		Se denota $O-P-Q$ cuando los puntos son **colineales**, y P está entre O y Q. Los puntos O, Q y R son **no colineales**.
Puntos coplanares	Conjunto de puntos tales que un plano pasa por todos a la vez.		Cualesquiera tres puntos son coplanares. Los puntos D, C y B son **coplanares.** Los puntos D, C y E son **no coplanares**.

B.1 Partes de la recta

Un punto sobre una recta divide a la recta en tres subconjuntos: El punto en sí y otros dos subconjuntos que llamaremos **semirrectas.** El punto se denomina punto **frontera.** Para denotar una semirrecta colocamos un punto abierto (sin rellenar) sobre el punto frontera y debemos indicar otro punto sobre la semirrecta que determinará la dirección de la semirrecta.

En el ejemplo, tenemos las semirrectas $\overrightarrow{CD}$ y $\overrightarrow{CB}$.

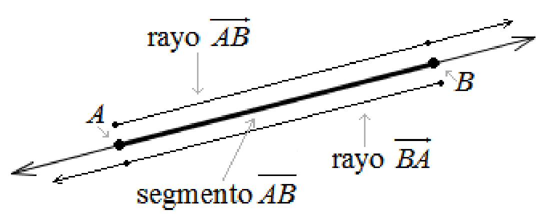


Un **rayo** es la unión de una semirrecta con el punto frontera.

En el ejemplo, el rayo se denota $\overrightarrow{FE}$.

- De esta definición vemos que la frontera es parte del rayo.

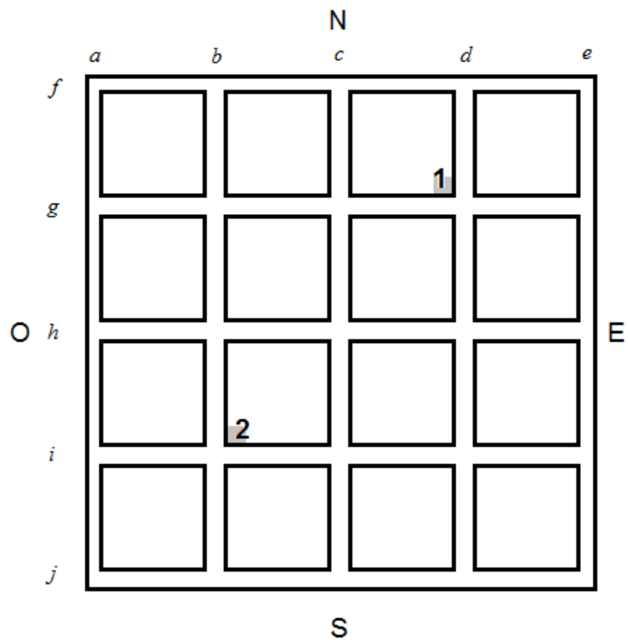
Ahora, si A y B son dos puntos distintos sobre una recta, el **segmento** $\overline{AB}$ es la intersección del rayo $\overrightarrow{AB}$ y el rayo $\overrightarrow{BA}$.
Un segmento puede verse como la parte de una recta que tiene principio y final. Esos puntos se denominan **extremos del segmento.** Los extremos forman parte del segmento.



B.2 Definiciones relativas a rectas

Ejercicio Introductorio B.2

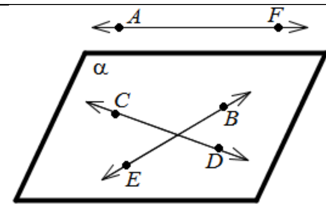
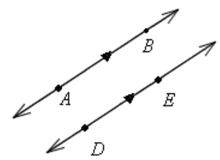
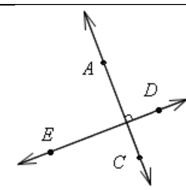
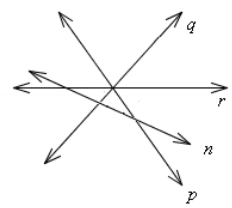
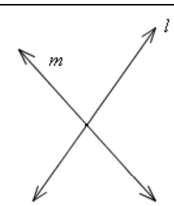
En el siguiente croquis de una ciudad, se denotan con a, b, c, d, e las calles que van de norte a sur y con f, g, h, i, j las calles que van de oeste a este.



1. Juan le dice a Marta que se vean en la intersección de las calles b y d. Señale en el croquis el punto.
2. Marta le propone que mejor se vean en las intersección de las calles b y h.

   Señale en el croquis el punto correcto.
3. ¿Con cuál concepto geométrico describiría las calles que llevan la misma dirección?
4. La esquina señalada con 1 representa la casa de Juan, y la esquina señalada con 2, la casa de Marta. Escriba direcciones con base en las calles para las casas de los jóvenes.
5. Las calles b y g llevan diferente dirección. ¿Qué ángulo forman? ¿Cómo se llama ese concepto geométrico?
6. Si cada cuadrado tiene $95m$ de lado, y cada calle tiene $5m$ de ancho, ¿A qué distancia está la casa de Marta de la calle f?
7. La municipalidad anuncia que cerrará un segmento de la calle i, entre las calles c y e para hacer arreglos. Pinte el segmento que será cerrado.
8. La calle c tiene dos sentidos: de sur a norte de la calle g hacia el norte, y de norte a sur de la calle g hacia el sur. Represente en el croquis esta situación. ¿Qué concepto geométrico puede ser relacionado con el sentido de la calle?

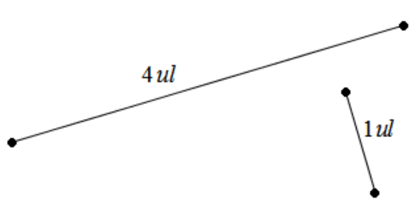
- Las relaciones entre dos o más rectas se describen en la siguiente tabla.

CONCEPTO	DEFINICIÓN	EJEMPLO	OBSERVACIONES
Rectas coplanares	Dos o más rectas que están contenidas en un mismo plano.		Las rectas $\overleftrightarrow{DC}, \overleftrightarrow{BE}$ son coplanares, mientras que $\overleftrightarrow{AF}$ no es coplanar con ninguna de estas.
Rectas paralelas	Rectas coplanares que no se intersecan.		Se denota $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DE}$. Existen rectas que no se intersecan y no son paralelas. ¿Por qué?
Rectas perpendiculares	Rectas que se intersecan formando ángulos rectos.		Siempre son coplanares. Se denota $\overleftrightarrow{AC} \perp \overleftrightarrow{DE}$
Rectas concurrentes	Dos o más rectas que se intersecan en un mismo plano.		Las rectas p, q, r son concurrentes. Las rectas r, n, p no son concurrentes. Rectas concurrentes son siempre coplanares.
Rectas oblicuas	Dos rectas concurrentes y no perpendiculares		Se podría decir que las rectas oblicuas no son rectas coplanares ni perpendiculares ni paralelas.

B.3 Medición de segmentos y distancia

Medir un segmento significa compararlo con otro elegido como unidad. Esa unidad puede ser $cm, m, pulgadas$ o cualquier otra unidad lineal que en general denotaremos ul.

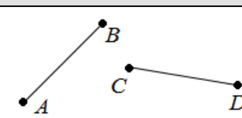
Decir que un segmento tiene de medida $4ul$ significa que "caben" cuatro segmentos de longitud $1ul$.



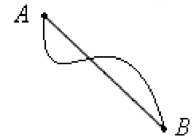
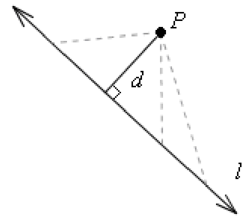
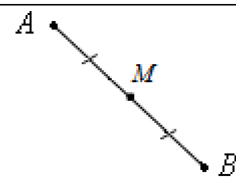
La **longitud de un segmento** es la medida que tiene. La longitud (o medida) del segmento $\overline{AB}$ la denotamos $m\overline{AB}$ o generalmente AB.

Además, dos segmentos se dicen **congruentes** si tienen la misma longitud.

Si $\overline{AB}$ es congruente con $\overline{CD}$ se denota: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

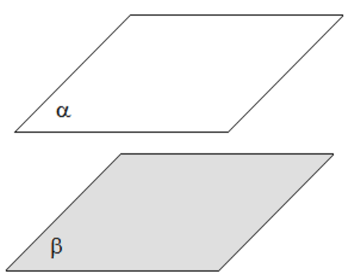
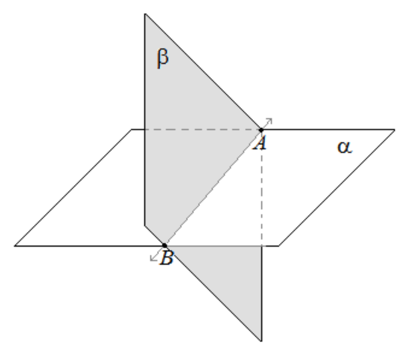


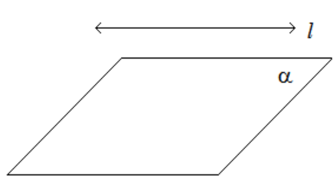
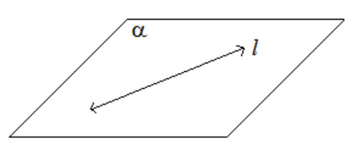
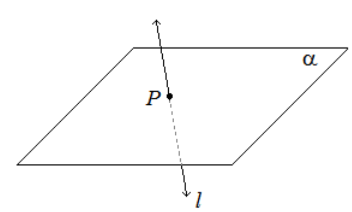
El concepto matemático de distancia tiene una definición precisa.

CONCEPTO	DEFINICIÓN	EJEMPLO	OBSERVACIONES
Distancia (entre dos puntos)	Es la longitud del segmento que los une.		Es la menor de las longitudes de todas las trayectorias entre los puntos.
Distancia (entre un punto y una recta)	Es la longitud del segmento perpendicular a la recta desde el punto.		Es la menor de las longitudes de todas las trayectorias entre el punto y algún punto de la recta.
Punto medio	El punto medio de un segmento $\overline{AB}$ es el punto M, que cumple $A-M-B$ y $\overline{AM}\cong\overline{MB}$.		Existen una infinidad de puntos P que cumplen $AP=PB$ pero el punto medio es el único que está en el interior del segmento.

B.4 La intersección de planos

Las relaciones entre planos y rectas se encuentran resumidas en las siguientes tablas:

La **intersección de dos planos** puede ser:			
el conjunto vacío.		una recta.	
	Decimos que los planos son **paralelos.** $\alpha\cap\beta=\phi$ $\alpha \parallel \beta$		Decimos que los planos **no son paralelos.** $\alpha\cap\beta=\overleftrightarrow{AB}$

La **intersección de un plano con una recta** puede ser:		
el conjunto vacío	toda la recta	un punto
		
Decimos que la recta es **paralela al plano**: $l \parallel \alpha$, $l\cap\alpha=\phi$.	Decimos que la recta **está contenida en el plano:** $l\subset\alpha$.	Decimos que la recta **no es paralela ni está contenida:** $l\not\subset\alpha$, $l\cap\alpha=\{P\}$.

Ejercicio B.

I PARTE: Nombre adecuadamente el concepto geométrico que representa cada una de las siguientes notaciones e ilustre mediante un dibujo.

1. $\overleftrightarrow{AB}$

2. $l \parallel m$

3. $\overrightarrow{ED}$

4. $\overline{AB}$

5. $l \cap m = \{O\}$

6. $A - B - C$

7. $\overleftrightarrow{MN} \perp \overleftrightarrow{JK}$

8. $\overset{\circ\!\!\longrightarrow}{MN}$

9. $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BC}$

10. $A \in \overleftrightarrow{KL}$

11. $\alpha \cap \beta = l$

12. $\alpha \| \beta$

13. $\overleftrightarrow{XY} \not\subset \alpha$ y $X \in \alpha$

14. $AK = KB,\ K \in \overline{AB}$

15. $AK = KB,\ K \notin \overline{AB}$

16. $AK < KB,\ K \in \overline{AB}$

II PARTE: Resuelva los siguientes problemas:

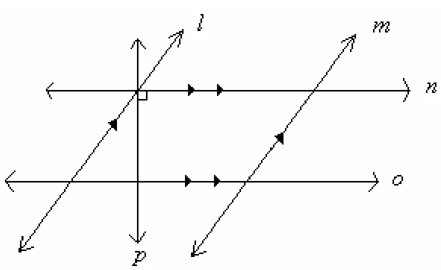
1. Conteste las siguientes preguntas.

a) ¿Cuántas rectas pasan por un punto dado?

b) ¿Y por dos puntos dados?

c) ¿Y por tres puntos dados?

2. En siguiente dibujo encuentre:



a) Dos pares de rectas paralelas.

b) Dos pares de rectas perpendiculares.

c) Cuatro pares de rectas oblicuas.

d) Tres líneas concurrentes.

e) Trace una línea llamada r perpendicular a l y concurrente con p y n.

f) Trace una línea llamada s paralela a m concurrente con p y o.

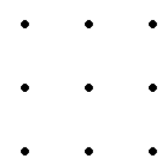
3. Conteste las siguientes preguntas.

a) ¿Cuántas rectas determinan tres puntos no colineales?

b) ¿Cuántas rectas determinan cuatro puntos donde no hay tres colineales?

c) ¿Cuántas rectas determinan cinco puntos donde no hay tres colineales?

4. Una los puntos de la figura utilizando cuatro segmentos dibujados sin levantar el lápiz.



III PARTE: Con base en la siguiente figura del plano α, donde $A, B, C \in \alpha,$ no colineales, $D \notin \alpha,\ l = \overleftrightarrow{AB}$ y $m = \overleftrightarrow{CD}$, complete correctamente con $\in, \notin \subset, \not\subset$ ó $=$.

1. l ___ α

2. m ___ α

3. $\overline{AB}$ ___ l

4. $\overrightarrow{AB}$ ___ $\overset{\circ\!\!\longrightarrow}{AB}$

5. $\{B\}$ ___ l

6. B ___ l

7. D ___ α

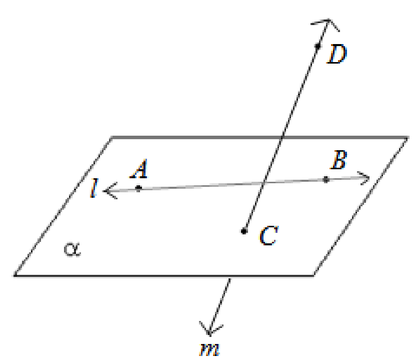
8. $\{D\}$ ___ α

9. $\{C\}$ ___ $m \cap \alpha$

10. ϕ ___ $m \cap l$

11. $\overline{AC}$ ___ α

12. $\overrightarrow{BD}$ ___ α



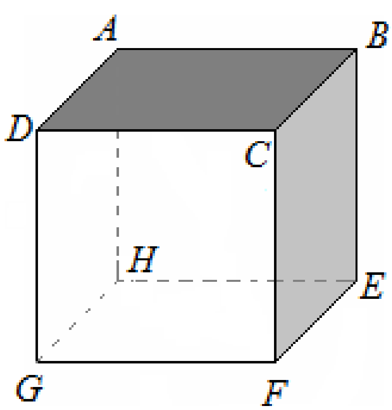
C. Visualización espacial

Durante toda la unidad de geometría, trabajaremos mucho la habilidad de visualizar características geométricas tanto en el plano como en figuras tridimensionales. En esta sección realizamos un primer ejercicio, utilizando los siguientes conceptos:

> En una figura tridimensional, las formas geométricas planas que lo forman se llaman **caras.** Los segmentos que unen las caras se llaman **aristas**. Las aristas se intersecan en lo que llamamos **vértices.**

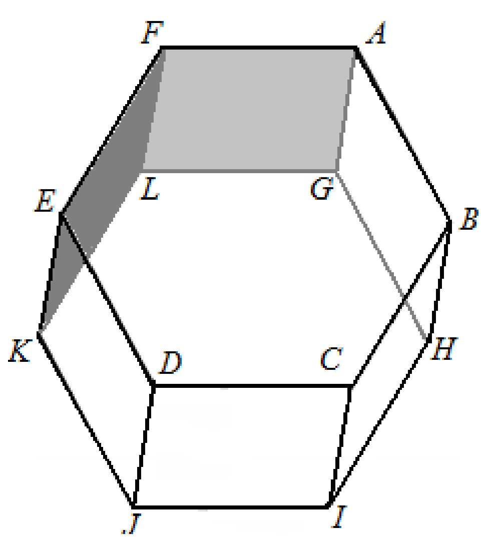
Ejercicio C. Con base en las figuras de la izquierda conteste las preguntas.

<table>
<tr>
<td>
Considere el cubo adjunto.



</td>
<td>

1. ¿Cuál arista es la intersección de la cara gris oscuro con la gris claro?
2. ¿Cuál arista es la intersección de la cara blanca (del frente) con la gris oscuro?
3. ¿Cuál vértice comparte las aristas $\overline{AH}$ y $\overline{GH}$?
4. Partiendo en F, una hormiga camina sobre la arista $\overline{EF}$ hasta que llega a un vértice del cubo. Luego gira 90° hacia la izquierda hasta que encuentre otro vértice. ¿Cuál es?
5. Ahora la hormiga está en H y cruza por la diagonal de la base hasta que encuentra otro vértice. Luego gira 90° hacia arriba hasta que encuentre otro vértice. ¿Cuál es?
6. ¿Cuáles caras se intersecan en la arista $\overline{CF}$?
7. Señale los centros de las caras $ABCD, GHEF, BEFC$ y $ADGH$ con rojo.
8. Dibuje el cuadrilátero con los puntos rojos, ¿qué tipo de cuadrilátero es?
</td>
</tr>
<tr>
<td>
Considere el prisma hexagonal adjunto, donde $DC \neq DJ$



</td>
<td>

1. ¿Cómo se llaman las caras pintadas de gris claro y gris oscuro?
2. Nombre las demás caras hexagonales.
3. ¿Cuál arista es la intersección de la cara $EDJK$ con la gris oscuro?
4. ¿Cuál cara es paralela a $CBHI$?
5. ¿Qué tipo de triángulo es KIG?
6. ¿Qué tipo de triángulo es LJH?
7. ¿Son los puntos A, G, J y D coplanares?
8. Se hacen dos cortes, uno a través de $AGIC$ y otro a través de $FLJD$. ¿Qué tipo de figura queda entre los cortes? ¿Alguna de sus caras podría resultar ser un cuadrado?
9. Si se hubiera hecho un único corte a través de $FLIC$ ¿Qué tipo de figura queda a cada lado? ¿Qué tipo de figura son sus caras?
</td>
</tr>
</table>

AUTOEVALUACIÓN Relaciones Entre Conceptos Geométricos

I PARTE: Selección única

1) La notación geométrica correcta está expresada en la opción:

A) L 

B) l 

C) AB 

D) $\overleftrightarrow{ab}$ 

2) La manera correcta de denotar el rayo que inicia en el punto A y pasa por el punto B es:

A) $\overleftrightarrow{AB}$

B) $\overrightarrow{AB}$

C) $\overset{\circ\!\longleftrightarrow}{AB}$

D) $\overline{AB}$

3) Considere las siguientes afirmaciones:

i) La intersección de un plano y una recta puede ser un segmento

ii) La intersección de dos planos no paralelos es una recta

De ellas, son verdaderas:

A) Ambas.

B) Solo i.

C) Solo ii.

D) Ninguna.

4) Si dos rectas que no son paralelas, no se intersecan es porque:

A) No son coplanares.

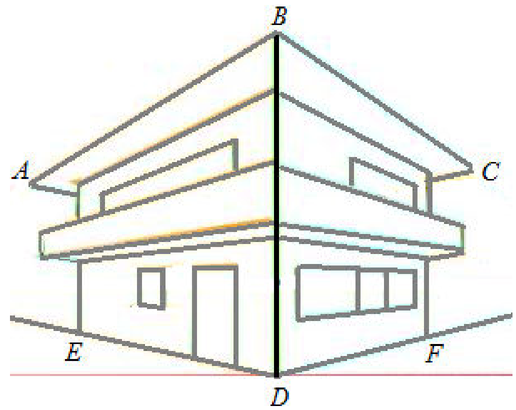
B) No son perpendiculares.

C) No son oblicuas.

D) Ese caso es imposible.

Considere la siguiente casa, dibujada en perspectiva vista desde una esquina opuesta, donde el techo está representado por el plano ABC y el piso por el plano EDF

Suponga que $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BD}$ y $\overleftrightarrow{ED} \perp \overleftrightarrow{BD}$.



Conteste las preguntas 5-8

5) Los planos ABC y EDF son:

A) Paralelos.

B) Perpendiculares.

C) Se intersecan en la recta $\overleftrightarrow{BD}$.

D) Se intersecan en la recta $\overleftrightarrow{AE}$.

6) Complete correctamente la frase: "La recta $\overleftrightarrow{BD}$ ___________ al plano ABC".

A) interseca en D.

B) está contenida.

C) es perpendicular.

D) es paralela.

7) ¿Cuál de las siguientes parejas de rectas son con certeza perpendiculares?

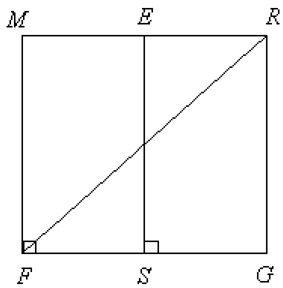
A) $\overleftrightarrow{BD}, \overleftrightarrow{AE}$

B) $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{BC}$

C) $\overleftrightarrow{ED}, \overleftrightarrow{DF}$

D) $\overleftrightarrow{BD}, \overleftrightarrow{BC}$

8) De acuerdo con los datos de la figura, una recta que con certeza es paralela a $\overleftrightarrow{MF}$, es a la que pertenecen los puntos:



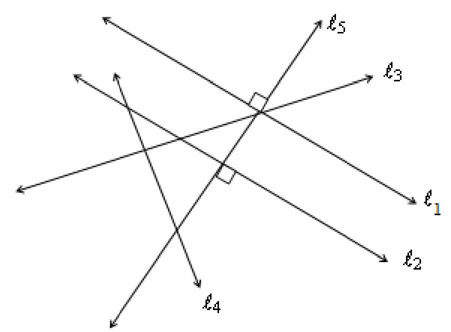
A) M y R

B) E y S

C) R y G

D) F y R

9) De acuerdo con los datos de la figura se cumple que:



A) $l_1 \parallel l_4$

B) $l_1 \parallel l_2$

C) $l_4 \parallel l_3$

D) $l_1 \parallel l_3$

II PARTE: Represente gráficamente (mediante un dibujo) y simbólicamente (nombrando correctamente cada elemento) cada una de las siguientes situaciones.

1. La recta $\overleftrightarrow{AB}$ interseca a la recta $\overleftrightarrow{CD}$ en el punto P.

2. El plano δ es paralelo al plano γ.

3. EL punto Q pertenece a la recta $\overleftrightarrow{KL}$.

4. Los puntos A, B y C son colineales.

5. Los puntos X, Y, Z y T son coplanares.

6. La distancia del punto P a la recta l es la medida del segmento $\overline{PT}$.

7. La recta $\overleftrightarrow{AB}$ está contenida en el plano α.

8. Los planos ϕ y ω se intersecan en la recta l.

9. Las rectas l_1, l_2 y l_3 no son concurrentes.

10. Dibuja un segmento $\overline{BD}$ y su mediatriz.

11. La recta $\overleftrightarrow{XY}$ es paralela al plano ABC.

12. Las rectas l, m y n son concurren en el punto P.

13. $\overleftrightarrow{AB}$ es perpendicular a $\overleftrightarrow{DE}$, pero $\overleftrightarrow{NM}$ es oblicua a las dos.

14. La recta $\overleftrightarrow{XY}$ no es paralela ni está contenida en el plano DEF.

15. Dos rectas que no son coplanares se llaman **rectas alabeadas.** Estas rectas no son paralelas y no se intersecan. Dibuja dos rectas alabeadas.

16. El punto medio del segmento $\overline{AB}$ es M. K es el punto medio del segmento $\overline{AM}$.

III PARTE: Escribir F (falso) ó V (verdadero) según corresponda a la proposición dada. Justifique su respuesta.

1.___ La intersección de dos rectas coplanares no paralelas es un punto.

2.___ La intersección de dos planos no paralelos es una recta.

3.___ Si una recta no está contenida en un plano, entonces la intersección de la recta y el plano es un punto.

4.___ Cuatro puntos donde no hay tres colineales determinan seis rectas.

5.___ La intersección de dos rectas perpendiculares es un rayo.

6.___ Dos rectas perpendiculares determinan exactamente cuatro ángulos rectos.

7.___ Si l_1, l_2 y l_3 son rectas de un mismo plano y diferentes ente sí, tales que $l_1 \perp l_3$ y $l_2 \perp l_3$, entonces se cumple que l_1 y l_2 son paralelas.

8.___ Si l_1 y l_2 son rectas, tales que $l_1 \perp l_2$ y l_3 es una recta paralela l_1, entonces se puede afirmar que $l_2 \perp l_3$.

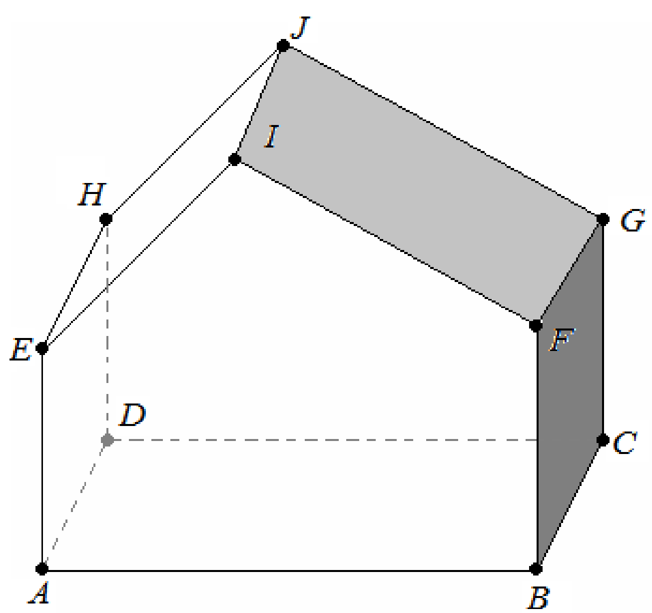
9.___ Si una recta es paralela a un plano, entonces la intersección de la recta con el plano es el conjunto vacío.

10.___ Si el plano ABC es paralelo al plano DEF, entonces $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{EF}$.

11.___ Si la recta $\overleftrightarrow{AC}$ es paralela al plano DEF y B es un punto que no pertenece al plano DEF, entonces el plano ABC es paralelo al DEF.

12.___ Si $AX = XC$, entonces, X es el punto medio de $\overline{AC}$

IV PARTE: En la siguiente figura se representa el exterior de una casa cuyas paredes son perpendiculares al piso.
Encuentre: (Las preguntas que tienen respuesta única están señaladas con *).



1. * La intersección del plano HEI con el plano JFG.
2. * Un plano paralelo al plano FGC.
3. Dos caras perpendiculares.
4. Un recta perpendicular al plano ADH.
5. Un plano paralelo a $\overleftrightarrow{CB}$.
6. ¿A cuáles caras pertenece la recta $\overleftrightarrow{IF}$?
7. Cinco puntos coplanares.
8. Cuatro puntos no coplanares.
9. Tres puntos no colineales.
10. Dos planos que se intersecan en el exterior de la casa.
11. Dos rectas no paralelas que no se intersecan.
12. * La distancia del punto H a la recta $\overleftrightarrow{CD}$ corresponde a la longitud del segmento: ___________.
13. La distancia del plano CBF al plano DAE corresponde a la longitud del segmento: ___________.
14. Las aristas que se intersecan en I.
15. Dos pares de aristas que no sean paralelas ni perpendiculares que pertenecen a la cara $IFBAE$.
16. Las caras que se intersecan en la arista $\overline{AD}$.
17. M es el punto medio de $\overline{AB}$. Trace una recta paralela a $\overline{AD}$ que pasa por M. Esta línea interseca $\overline{CD}$ en N. ¿Qué relación hay entre N y $\overline{CD}$?
18. Trace una recta perpendicular a $\overline{NM}$ que pase por el punto medio de $\overline{GF}$.
19. ¿En qué arista se intersecan las caras gris claro y gris oscuro?
20. ¿En qué arista se intersecan las caras gris claro y la cara del frente de la casa?